conhecidos: 1) O décimo problema de Hilbert (de uma famosa lista de problemas apresentada por Hilbert em 1900): Decidir se uma equação polinominal com coeficientes inteiros $P(x_1,\ldots, x_n) = 0$ tem soluções inteiras. Após longa luta com este problema, que envolveu os nomes de M. Davis (1953), H. Putnam (1953), J. Robinson (1952) e J. Matijasevic (1970), o problema só foi resolvido em 1970, tendo sido mostrado que é insolúvel. O famoso teorema que afirma isso, é por vezes designado por «teorema MRDP» em memória daqueles matemáticos.

2) O problema da palavra para sistemas semi-Thue e Thue. Qualquer destes problemas é insolúvel.

3) O problema de decisão para um dado sistema formal consiste em saber se uma dada fórmula é ou não um teorema (por exemplo, este problema é solúvel para o cálculo das proposições, mas não para a aritmética de primeira ordem).

4) O PROBLEMA DA PARAGEM, o qual tem um artigo próprio nesta enciclopédia. NG

Bell, J. L. e Machover, M. 1977. *A Course in Mathematical Logic*. Amesterdão: North-Holland.

Davies, M. 1958. *Computability and Unsolvability.* Nova Iorque: McGraw-Hill.

Hermes, H. 1969. *Enumerability, Decidability and Computability.* Berlim: Springer Verlag.

Kleene, S. C. 1967. *Introduction to Metamathematics*. Amesterdão: North-Holland.

**produtividade** Diz-se das LÍNGUAS NATURAIS que apresentam a propriedade da produtividade (ou da criatividade) no sentido em que permitem, através da concatenação gramaticalmente correcta de um número finito de sinais sonoros discretos (da ordem das dezenas), a produção de um número não finito de expressões (*ver* GRAMÁTICA GENERATIVA).

Alguns autores defendem a tese de ser esta uma das características pelas quais as línguas humanas naturais se distinguem dos sistemas de comunicação de outras espécies animais (por exemplo, a dança das abelhas, o canto das aves, o movimento das pinças dos caranguejos), os quais dispõem apenas de um elenco finito de mensagens.

Assinalar esta propriedade é uma forma interessante de colocar em destaque a possibilidade de um objecto finito, o cérebro humano, se relacionar com um objecto não finito, o conjunto de todas as frases de uma língua. *Ver também* LÍNGUA NATURAL; COMPOSICIONALIDADE, PRINCÍPIO DA. AHB

**produto cartesiano** O produto cartesiano de dois conjuntos $x$ e $y$, que se denota frequentemente por $x \times y$, é o conjunto cujos elementos são todos aqueles, e só aqueles, PARES ORDENADOS de objectos tais que o seu primeiro membro pertence a $x$ e o seu segundo membro pertence a $y$; em símbolos, $x \times y = \{\langle a, b\rangle : a \in x \wedge b \in y\}$. Por exemplo, o produto cartesiano dos conjuntos {Platão, Aristóteles} e {Leibniz, Kant} é o conjunto {<Platão, Leibniz>, <Platão, Kant>, <Aristóteles, Leibniz>, <Aristóteles, Kant>}.

A noção é generalizável a um número $n$ de conjuntos. O produto cartesiano dos conjuntos $x_1, x_2,\ldots, x_n$, que se denota por $x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n$, é o conjunto $\{\langle a_1, a_2,\ldots, a_n\rangle : a_j \in x_j$ para todo o $j = 1, 2,\ldots n\}$. Quando $x_1 = x_2 = \ldots = x_n$, escreve-se $x^n$. *Ver* TEORIA DOS CONJUNTOS. JB

**produto lógico** Um produto lógico de $n$ proposições (ou frases) $p_1,\ldots, p_n$ é simplesmente a conjunção dessas proposições, ou seja, a proposição complexa $p_1 \wedge \ldots \wedge p_n$; assim, um produto lógico de proposições é verdadeiro exactamente no caso de cada uma das proposições componentes $p_i$ ser verdadeira. Analogamente, um produto lógico de $n$ predicados (ou das propriedades por eles expressas) $P_1,\ldots, P_n$ é simplesmente a conjunção desses predicados, ou seja, o predicado complexo $P_1 \wedge \ldots \wedge P_n$; assim, um produto lógico de predicados é satisfeito por um objecto exactamente no caso de cada um dos predicados componentes $P_i$ ser satisfeito por esse objecto (e um produto lógico de propriedades é exemplificado por um objecto exactamente no caso de todas as propriedades componentes serem exemplificadas por esse objecto).

O termo «produto lógico», empregue no sentido acima indicado, foi (ao que parece) introduzido por Charles Peirce, presumivelmente com base na existência de uma analogia estrutural

Direcção de
**JOÃO BRANQUINHO**
**DESIDÉRIO MURCHO**
**NELSON GONÇALVES GOMES**

# ENCICLOPÉDIA DE TERMOS LÓGICO-FILOSÓFICOS

**2005**